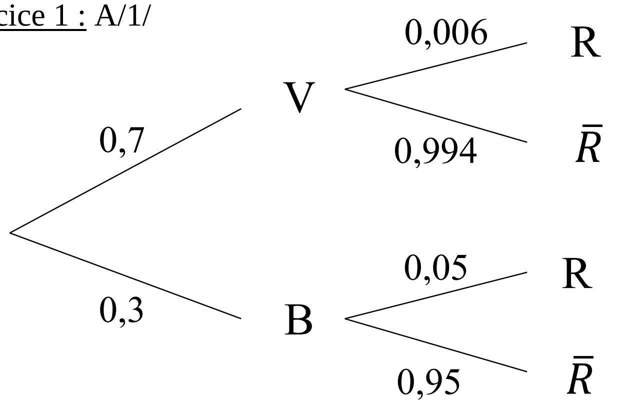
Proposition de correction pour l'épreuve de maths enseignement obligatoire du bac S 2014 Liban

Exercice 1 : A/1/



2/ La probabilité de V inter R est égale à la probabilité de R sachant V fois la probabilité de V.

Ce qui revient aussi à partir de $P_V(R) = \dfrac{P(V \cap R)}{P(V)}$ d'où :

P(V∩R) = 0,006 x 0,7 = **0,0042**

3/ La probabilité de l'événement R est égale à la somme de celle des événements V∩R et B∩R.
P(R) = P(V∩R) + P(B∩R) = 0,0042 + 0,05 x 0,3
P(R) = 0,0192

4/ On cherche la probabilité de B sachant R.

$\mathbf{P_R(B)} = \dfrac{P(B \cap R)}{P(R)} = \dfrac{0{,}05x0{,}3}{0{,}0192} = \mathbf{0{,}78125}$

Si un jour l'élève arrive en retard, la probabilité qu'il soit venu en bus est de 0,78125.

B/ 1/ On calcule P(15 < T < 20) avec la calculatrice en utilisant les paramètres 17 pour μ et 1,2 pour σ
P(15 < T < 20) = 0,946

2/ En partant à 7h40, on sait que l'élève sera en retard si T > 20.
P(T > 20) = 1 – P(T < 20) = 0,0062

3/ On cherche a tel que P(X < a) = 0,9. Avec une table ou une calculatrice, on obtient a ≈ 18,54 ≈ 19.
L'élève doit partir à 7h41 pour avoir une probabilité de 0,9 d'arriver à l'heure au lycée.

C/1/ **Z' suit une loi normale de paramètres (0 ; 1)** car lorsque une variable X suit une loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ, la variable Z = (X – μ) / σ suit une loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\,;\,1)$.

2/ On sait que P(Z'>20) = 0,05 soit P(Z'<20) = 0,95 d'où $P\left(\dfrac{T'-\mu}{\sigma} < \dfrac{20-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}95$.

On sait que P(X<a) = 0,95 pour a ≈ 1,645 pour une loi normale centrée réduit d'où :

$\dfrac{20-\mu}{\sigma} = \dfrac{20-15}{\sigma} = 1{,}645 \leftrightarrow \sigma = 5 / 1{,}645 \approx 3{,}04$

Une valeur approchée à 0,01 près de **l'écart-type est de 3,04.**

Exercice 2 : En cours de rédaction.

Exercice 3 :

A/ 1/ $f'(x) = e^{-x} - xe^{-x} = e^{-x}(1-x)$

e-x > 0 et 1-x > 0 si x < 1, d'où le tableau suivant :

x	0 1	$+\infty$
f'(x)	+	-
f(x)	0 ↗	e^{-1} ↘

2/ $\lim xe^{-x} \xrightarrow{x \to +\infty} \mathbf{0}$ (voir croissance de la fonction ex par rapport à la fonction x ou se rapporter à la limite de $\frac{x}{e^x}$)

Graphiquement la fonction a donc une asymptote horizontale d'équation y = 0 (soit l'axe des abscisses).

B/1/ **$\mathcal{A}$ est croissante sur [0 ; +∞[** car f(x) est toujours supérieure à 0 (au dessus de l'axe des abscisses). Plus t sera grand, plus l'aire sous la courbe sera importante.

2/ Si l'aire du domaine entre la courbe C et l'axe des abscisses est de 1 u.a., ceci signifie pour $\mathcal{A}$ que :

$\lim A \xrightarrow{t \to +\infty} 1$

3/a/ On a A(0) = 0 et $\lim A \xrightarrow{t \to +\infty} 1$. Or la fonction A est continue et strictement croissante sur l'intervalle étudié. Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, **l'équation A(t) = $\frac{1}{2}$ admet une unique solution sur [0 ; +∞[.**

b/ Voir le graphique. Indications : La courbe toujours croissante correspond à A, l'autre à C. On cherche ensuite la valeur de x pour laquelle y = 0,5 sur A. On obtient alors **α ≈ 1,7**.

4/ a/ **g'(x)** = $e^{-x} - e^{-x}(x + 1) = -xe^{-x} =$ **-f(x)**

b/ $A(t) = [-g(x)]_0^t$

c/ $A(6) = [-g(x)]_0^6 = -7xe^{-6} + 1 \approx 0.98$

Exercice 4 enseignement obligatoire :

A/ 1/ **u_0 =** $|Z_0|$ = $\sqrt{(\sqrt{3}^2 + \sqrt{(-1)}^2} = \sqrt{4} = 2$

2/ $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{|z_{n+1}|}{|z_n|} = \frac{|1+i|x|z_n|}{|z_n|} = |1+i| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

U_n est donc une suite géométrique de raison √2 et de premier terme u_0 = 2.

3/ $u_n = 2x(\sqrt{2})^n$ 4/ $\lim u_n \xrightarrow{n \to +\infty} \lim(\sqrt{2})^n = +\infty$ 5/ Fin de l'algorithme :

Tant que u < p

n = n + 1 ; u = u x $(\sqrt{2})^n$

Fin tant que, puis afficher p. B/ Voir définition formes algébriques et exponentielles.