

# Mathématiques

## Chapitre 4 :

### Équations ; Problèmes

Préambule : **attention** dans ce cours à ne pas confondre la lettre  $x$  avec le signe multiplier  $\times$ .

## 1/ Définitions

Mathématiquement une équation est une relation contenant une ou plusieurs variables. On s'intéressera dans notre cas aux équations avec une seule variable, on parle d'équations à une inconnue. Les variables sont des valeurs qui peuvent changer (varier). Elles sont symbolisées par des lettres (par exemple  $x$ ).

**Résoudre une équation signifie trouver la valeur de la variable qui rend l'égalité vraie.**

Exemple : je cherche  $2x = 6$  (on rappelle que s'il n'y a aucun symbole entre 2 et  $x$  cela signifie  $2 \times x$ ).

Pour que cette égalité soit vraie il faut que  $x = 3$ , car  $2 \times 3 = 6$ .

On dit que 3 est solution de l'équation.

Pour vérifier si un nombre est solution d'une équation, on remplace la variable par ce nombre et on regarde si l'égalité est vraie.

## 2/ Résolutions d'équations du premier degré à 1 inconnue

Le terme « premier degré » signifie qu'il n'y a pas de puissance sur notre inconnue, pas de  $x^2$  par exemple.

Prenons pour cette partie l'équation  $3x - 4 = 2x + 5$ .

La résolution d'une équation se fait toujours de la même manière, le but étant d'avoir les termes contenant du  $x$  d'un côté de l'égalité et les nombres de l'autre côté.

Pour résoudre une équation on part d'une propriété importante :

**Je peux multiplier, diviser, additionner ou soustraire n'importe quoi (sauf 0) d'un côté de l'égalité, si je fais la même chose de l'autre côté.**

Reprenons l'équation  $3x - 4 = 2x + 5$ .

Je vois qu'il y a  $2x$  à droite du égal, or je souhaite avoir uniquement des  $x$  à gauche, je vais donc soustraire  $2x$  :

$$3x - 4 - 2x = 2x + 5 - 2x$$

ainsi plus de  $2x$  à droite :

$$3x - 4 - 2x = 5$$

maintenant j'ai tous les termes contenant du  $x$  à gauche, mais il y a  $-4$ . Pour l'enlever je vais ajouter  $+4$  :

$$3x - 4 - 2x + 4 = 5 + 4$$

ainsi plus de  $-4$  à gauche :

$$3x - 2x = 5 + 4$$

puis je simplifie (je calcule) :

$$1x = 9 \text{ et on ne note pas } 1x \text{ mais seulement } x \text{ d'où}$$

$$x = 9$$

$9$  est solution de l'équation  $3x - 4 = 2x + 5$

Dans certains cas, il ne reste pas que  $1x$  à la fin.

Exemple : prenons l'équation  $4x + 2 = 2x + 10$

Je veux « enlever » le  $2x$  à droite du égal, je fais donc  $- 2x$  des deux côtés de l'égalité :

$$4x + 2 - 2x = 2x + 10 - 2x$$

$$\text{soit } 4x + 2 - 2x = 10$$

Maintenant je dois enlever le  $2$  à gauche du égal, je fais  $-2$  :

$$4x + 2 - 2x - 2 = 10 - 2$$

$$\text{soit } 4x - 2x = 8$$

$$\text{je simplifie : } 2x = 8$$

Maintenant il me reste à « éliminer » le  $2$  devant  $x$ , or  $2x$  signifie  $2 \times x$ , c'est une multiplication. Je dois donc faire l'opération inverse c'est-à-dire une division par  $2$  :

$$\frac{2 \times}{2} = \frac{8}{2}$$

ainsi je n'ai plus que  $x$  à gauche :  $x = \frac{8}{2} = 4$  ;  $4$  est la solution de notre équation.

## Quelques remarques :

Si avant de commencer à résoudre une équation les  $x$  d'un même côté de l'égalité (ou les nombres) ne sont pas regroupés, il faut d'abord le faire pour simplifier.

Exemple :  $3x + 6x - 4 = 5x + 8 - 7$ . Avant de résoudre je simplifie en  $9x - 4 = 5x + 1$

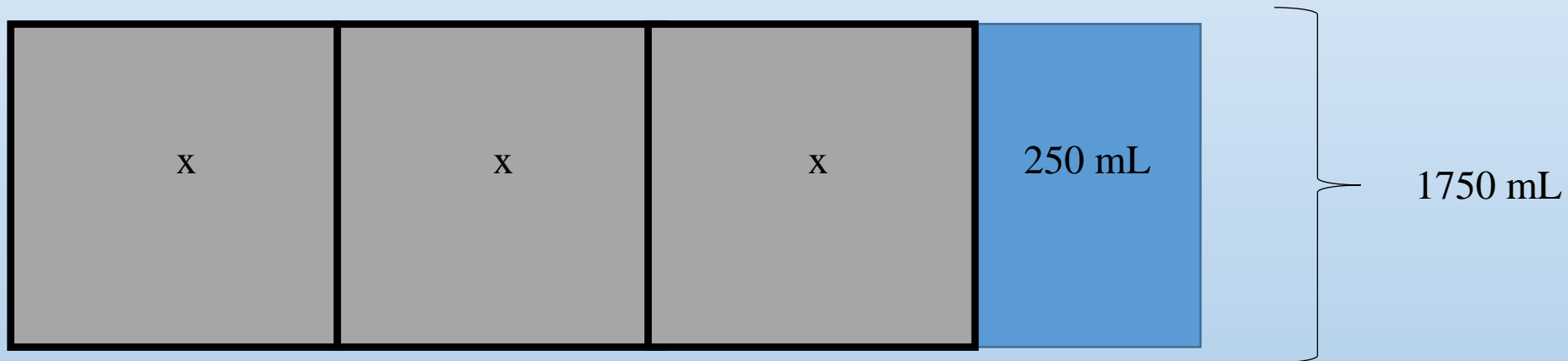
Les équations du premier degré à une inconnue peuvent avoir :

- 0 solution. Par exemple  $2x + 1 = 2x + 3$ , on arrive à  $1 = 3$  ce qui est impossible.
- une infinité de solution. Par exemple  $4x + 2x + 3 = 6x + 3$  on arrive à  $3 = 3$  donc infinité de solution.
- une seule solution : c'est le cas le plus courant.

### 3/ Problèmes

Les équations précédentes servent généralement à résoudre des problèmes.

Exemple : j'ai un récipient contenant 4 compartiments différents. Les 3 premiers compartiments ont la même contenance et le dernier peut contenir 250 mL. Au total le récipient peut contenir 1750 mL. Combien peut contenir chacun des autres compartiments ?



J'appelle  $x$  le volume d'un compartiment. Je mets en équation mon problème :

$3x + 250 = 1750$  (les trois compartiments de contenance inconnue + les 250 mL du dernier compartiment font au total 1750 mL)

Puis je résous :

$$3x + 250 = 1750$$

$$3x + 250 - 250 = 1750 - 250$$

$$3x = 1500$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{1500}{3}$$

$$x = 500$$

Chacun des compartiments de contenance inconnue peut contenir 500 mL.