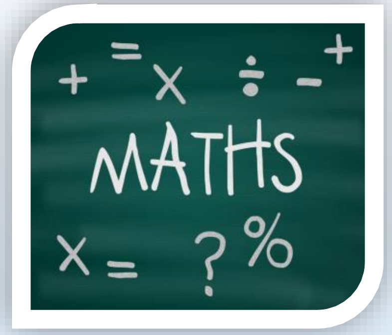


Mathématiques

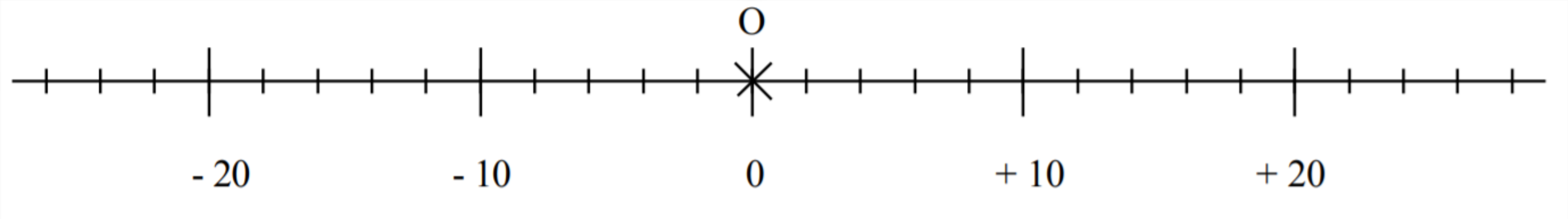
Chapitre 5 :

Fonctions

Formateur : J. Tellier (blog.partiprof.fr)

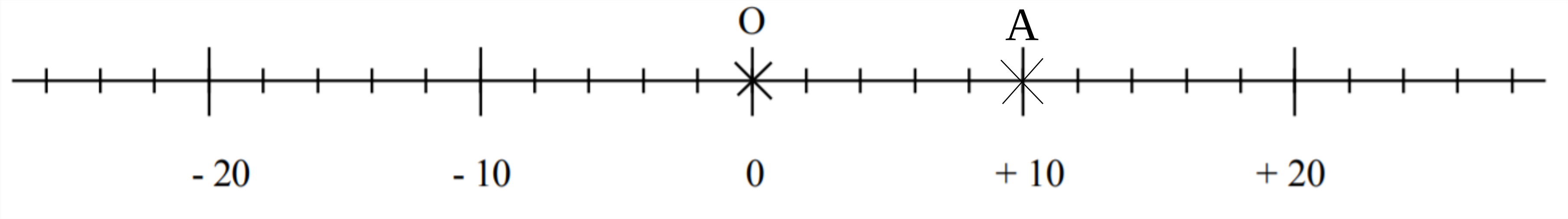
1/ Repérage sur un axe

On peut repérer la position d'un point sur une droite graduée, appelée axe :

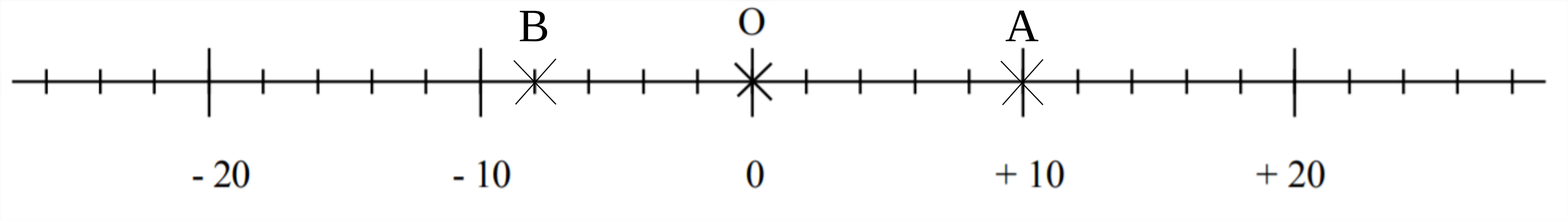


La position sur un axe horizontal s'appelle l'abscisse du point.

<u>Exemples :</u> plaçons le point A à l'abscisse +10.

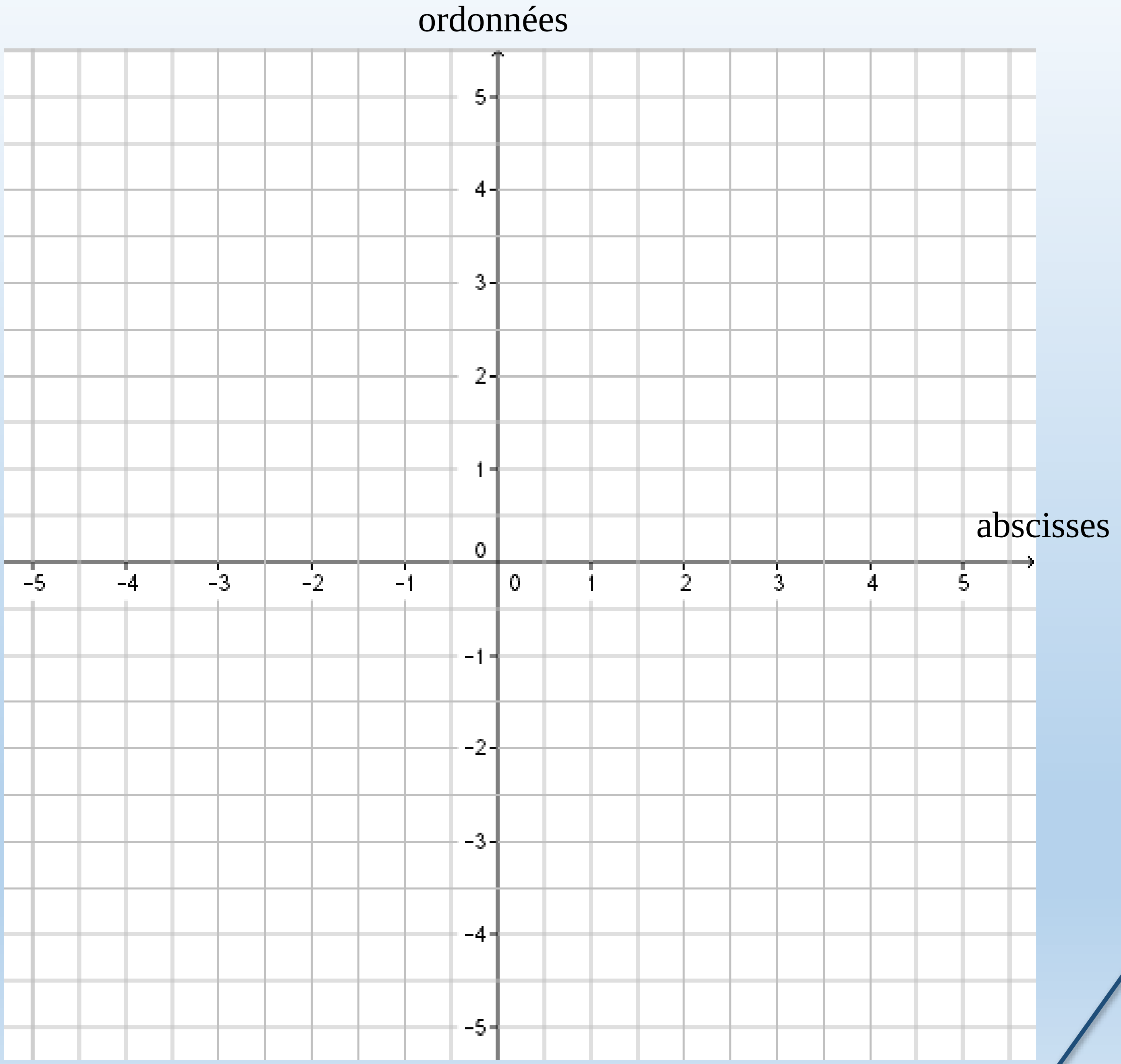


Plaçons le point B à l'abscisse -8.



2/ Repérage dans un plan

Des données peuvent être placées sur un axe (voir diapo précédente), mais également dans un repère quand plusieurs données sont à placer en même temps.



On a alors 2 axes :

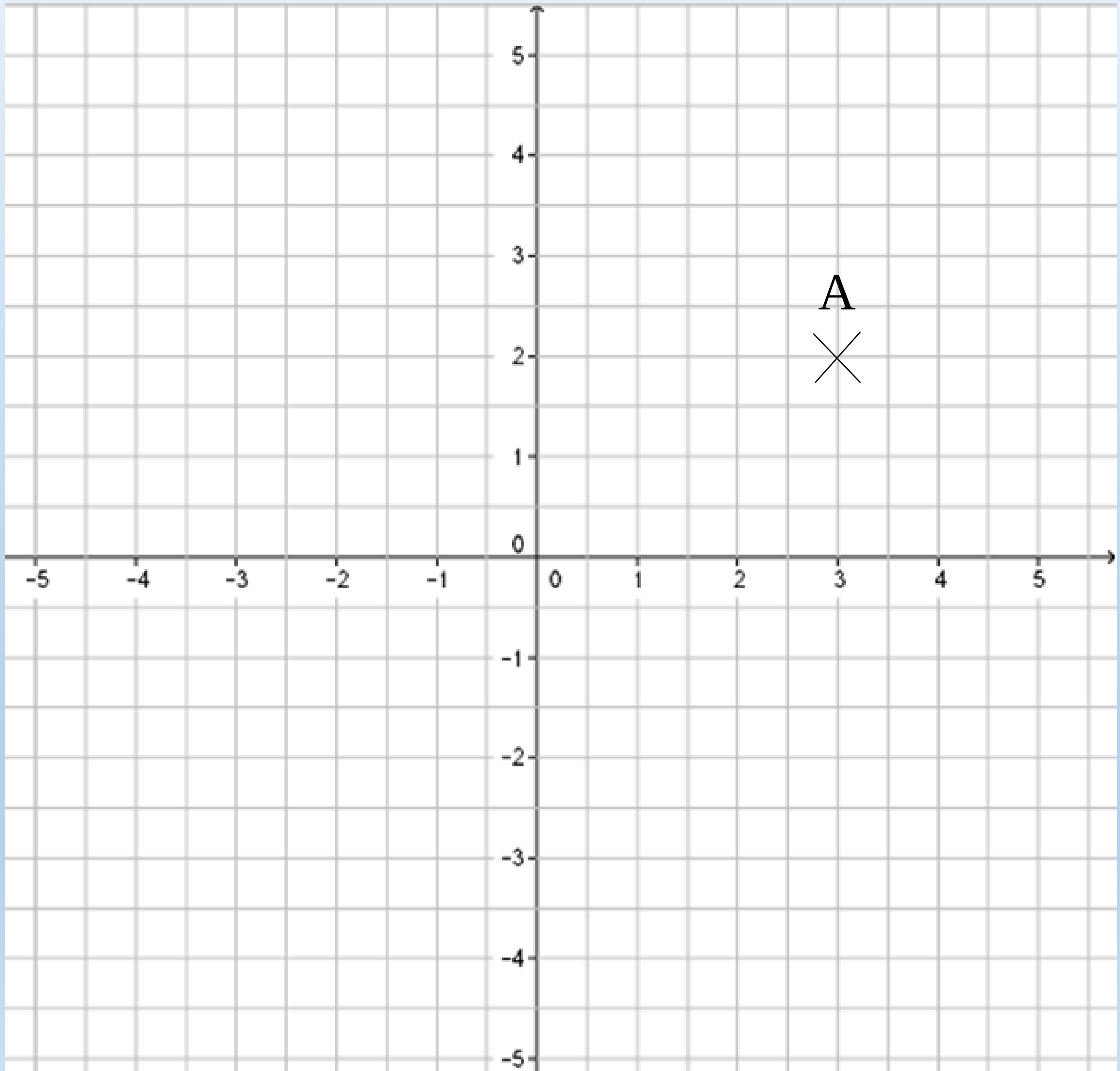
- Axe horizontal --> axe des abscisses

- Axe vertical --> axe des ordonnées

Pour placer un point dans un repère, il faut donc deux données : son abscisse et son ordonnée.

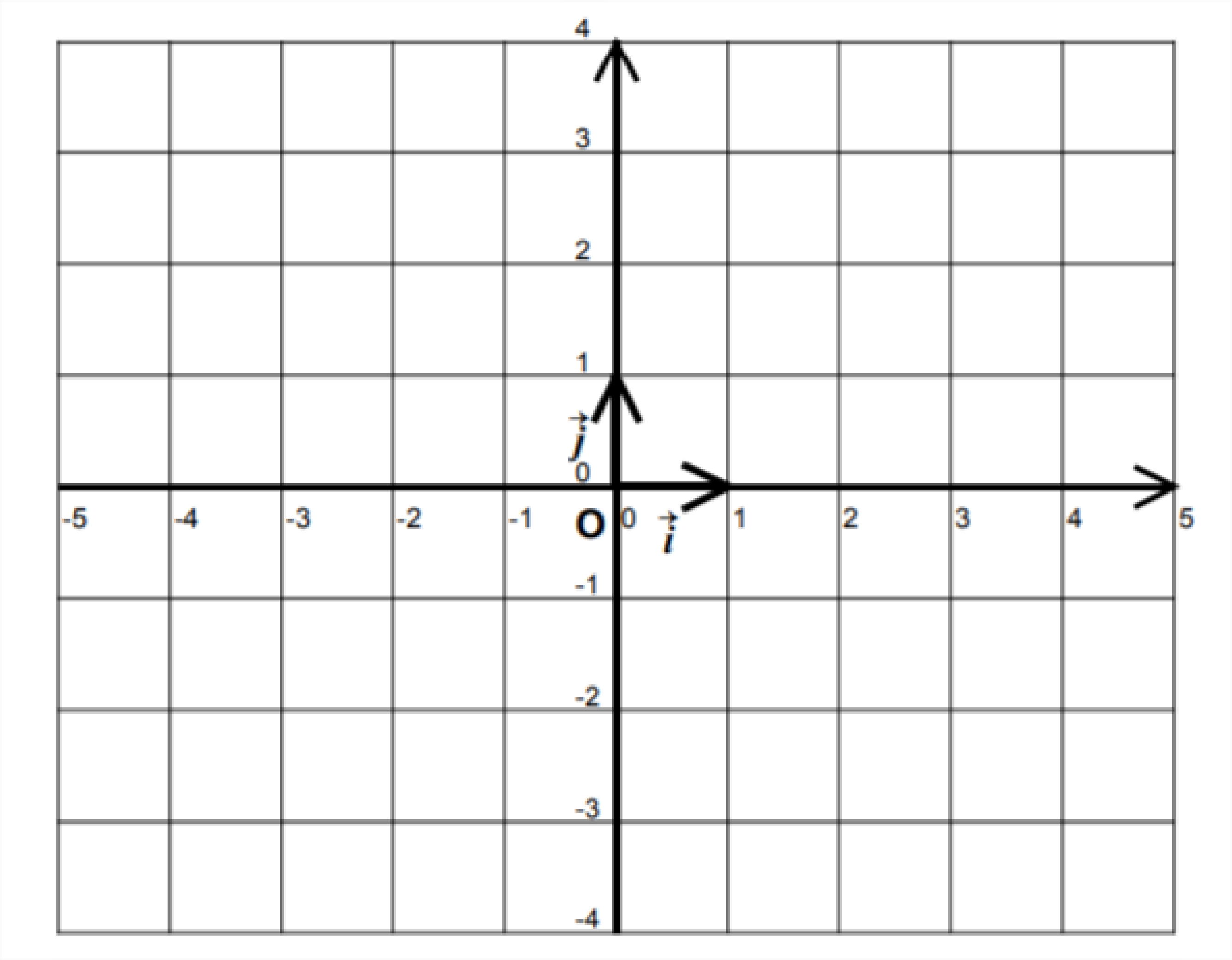
On donne les coordonnées d'un point sous la forme (abscisse ; ordonnée).

<u>Exemple :</u> Plaçons le point A(3 ; 2)



On remarquera qu’on repère parfois une unité sur chaque axe par les lettres I et J, ou des vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$.

On parle dans le cas qui nous intéresse de repère orthogonal (les deux axes sont perpendiculaires).



3/ Fonctions

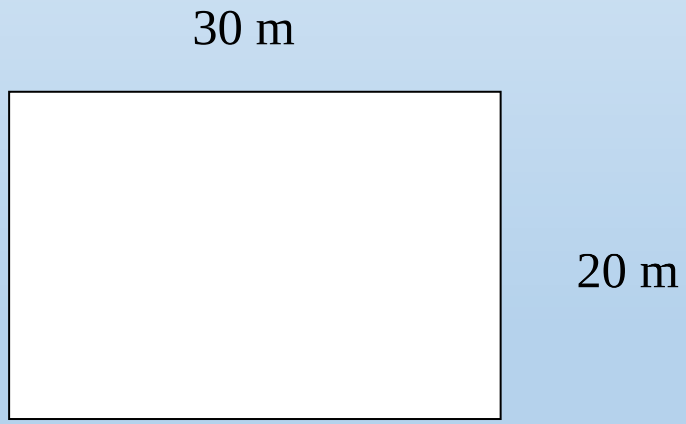
A/ Notations et vocabulaire

Exemple d’introduction : avec une corde de longueur 100 m, on fabrique un enclos rectangulaire.

On désigne par x la longueur d’un côté de ce rectangle.

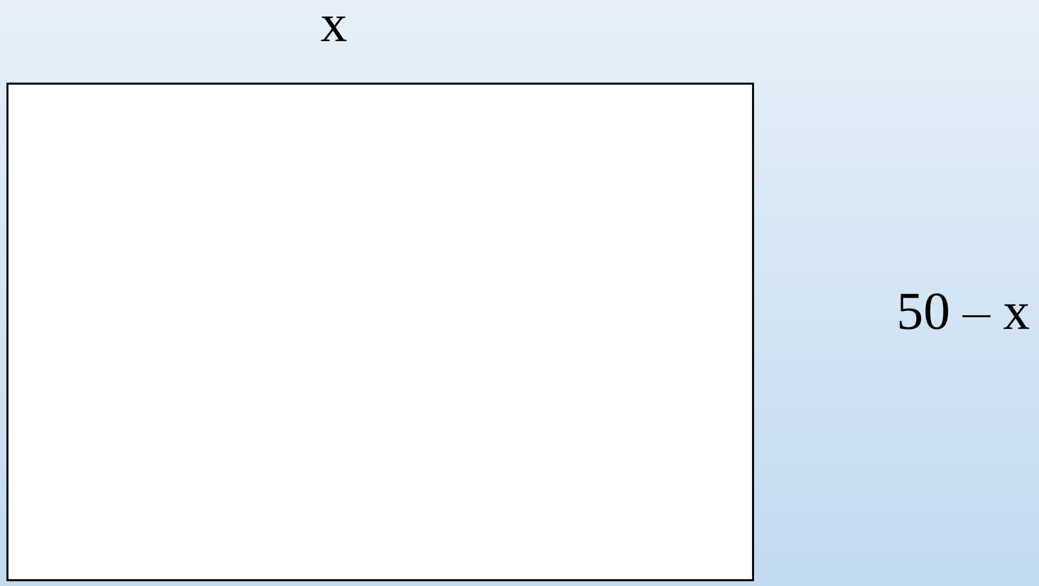
1/ Calculons par exemple l'aire du rectangle pour x = 30 m.

Dans ce cas, le rectangle a pour dimension 30 m et 20 m (30 + 30 + 20 + 20 = 100 m).



Aire du rectangle = 30 x 20 = 600 m^2.

2/ Exprimons maintenant l’aire du rectangle en fonction de x.



Les dimensions du rectangle sont donc : x et $50 - x$.

On obtient bien un périmètre de : $P = 2x + 2(50 - x) = 100$ m.

L’aire du rectangle s’exprime par la formule $A = x\,(50 - x)$

3/ Développons A.

$$A = x\,(50 - x) = 50x - x^2$$

4/ Cherchons la valeur de x pour laquelle l'aire de l'enclos est la plus grande possible. On va faire des essais pour différentes valeurs de x et présenter les résultats dans un tableau de valeurs.

x (m)	10	15	20	25	30	35	40	45
Aire (m^2)	400	525	600	625	600	525	400	225

L'aire maximum semble être égale à 625 m^2 lorsque x = 25 m.

Pour chaque nombre x, on a fait correspondre un nombre égal à l'aire du rectangle.

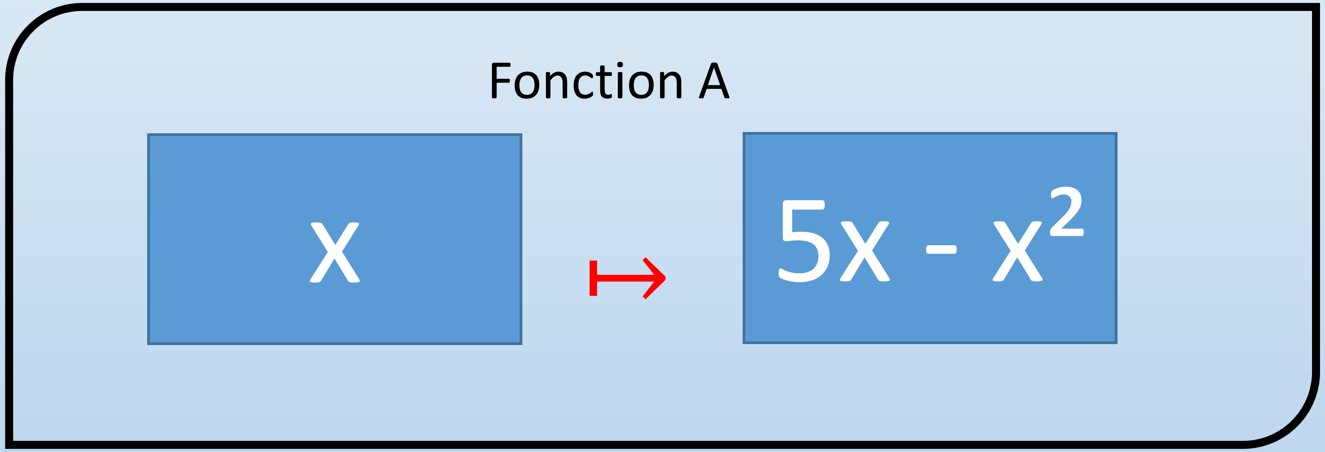
Exemples : 10 → 400 ; 25 → 625

On note :

$$A : x \mapsto 50x - x^2$$

Ceci se lit : « à x, la fonction A associe le nombre $50x - x^2$.

A est appelée une **<u>fonction</u>**. C'est une « machine » mathématique qui, à un nombre donné, fait correspondre un autre nombre.



L'expression A dépend de la valeur de x et varie en fonction de x.

<u>x est appelée la variable.</u>

On note ainsi : $$A(x) = 50x - x^2$$

A(x) se lit « A de x ».

B/ Images et antécédents

Dans le tableau de l’exemple (voir ci-dessous), on peut lire : A(25) = 625.

x (m)	10	15	20	25	30	35	40	45
Aire (m^2)	400	525	600	625	600	525	400	225

On dit que :

- l’image de 25 par la fonction A est 625.

- un antécédent de 625 par A est 25.

$25 \rightarrow 625$

Antécédent

Image

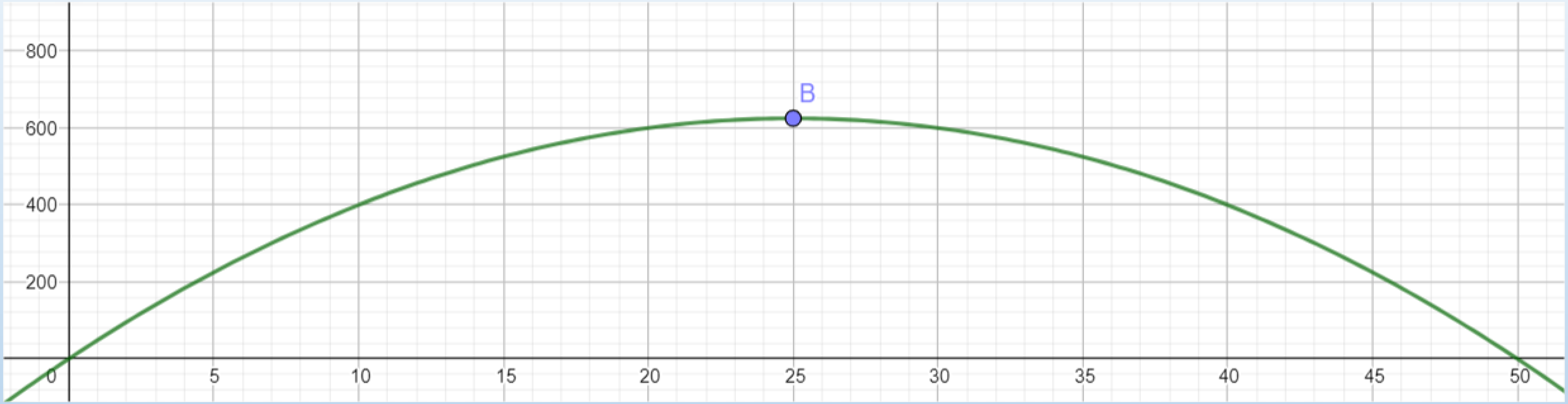
Remarques :

- Un nombre possède une unique image.

- Un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

Exemple : les antécédents de 525 sont 15 et 35 (voir tableau).

On peut représenter les données du tableau de valeurs de l'exemple dans un repère tel qu'on trouve en abscisse la longueur du côté du rectangle et en ordonnée son aire correspondante :

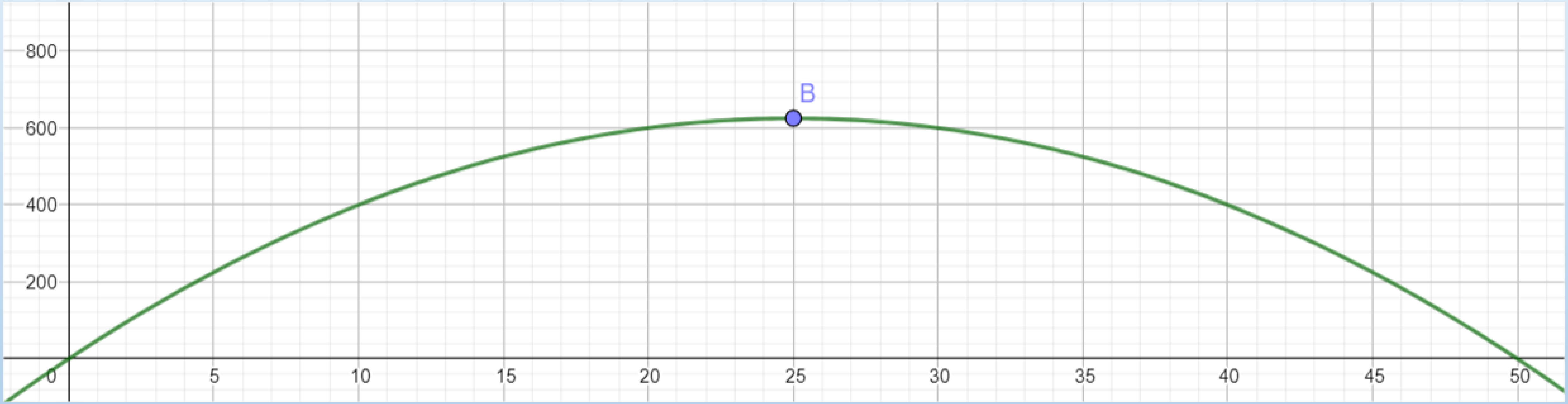


On obtient une courbe C. Tout point de la courbe C possède donc des coordonnées de la forme (x ; A(x)).

__Exemple :__ le point B a pour coordonnées (25 ; 625) c'est-à-dire (25 ; A(25)).

Applications collectives :

1) Donner un ordre de grandeur de l'aire de l'enclos si un de ces côtés mesure 5 m ?
2) Qu'en est-il si un de ses côtés mesure 50 m ?
3) Donner les dimensions d'un rectangle dont l'aire est environ égale à 100 m².
4) Quelle semble être la nature de l'enclos dont l'aire est maximale ?



1/

2/

3/

4/

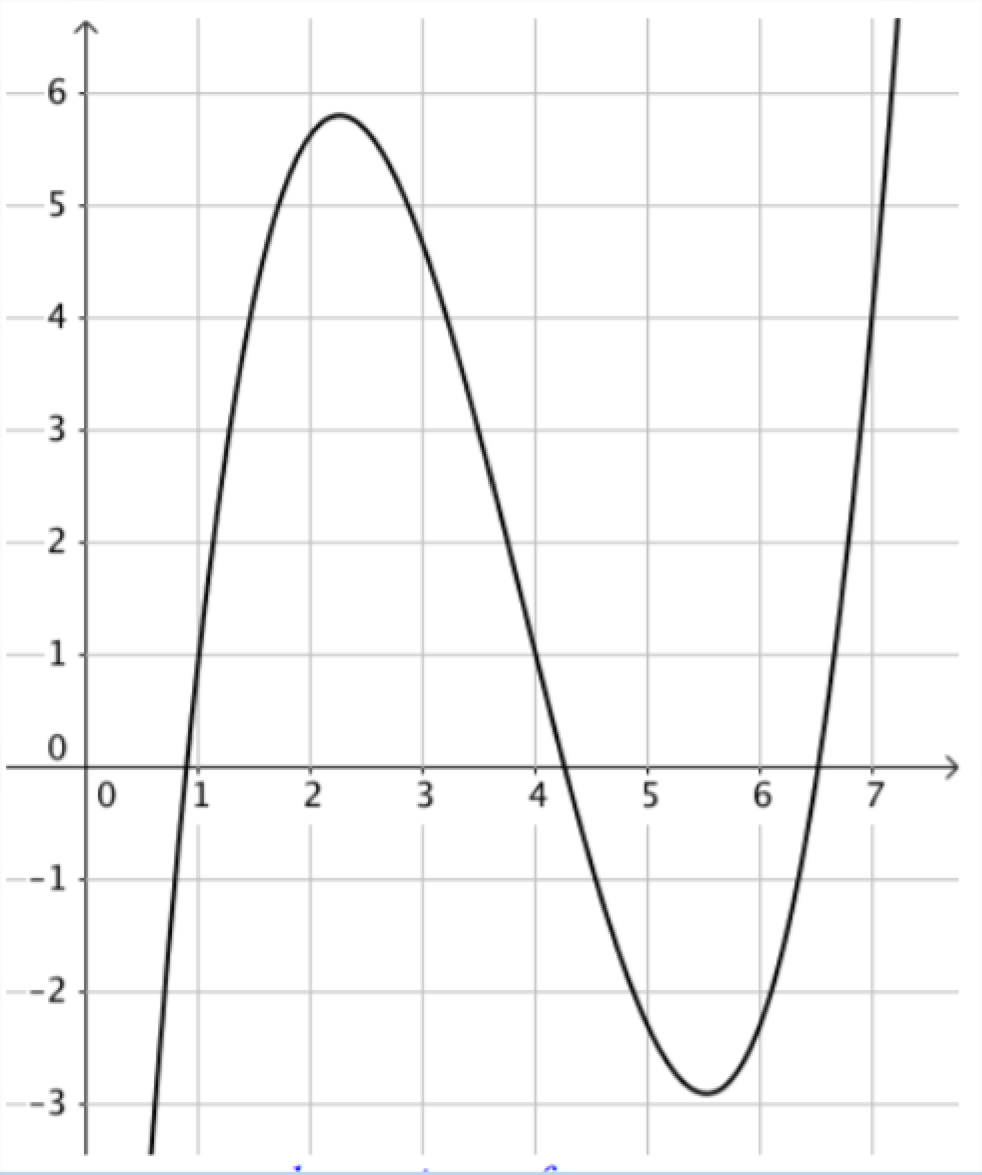
C/ Lectures graphiques

On considère la fonction f représentée ci-contre.

On veut déterminer graphiquement :

a) L'image de 7 par la fonction f.

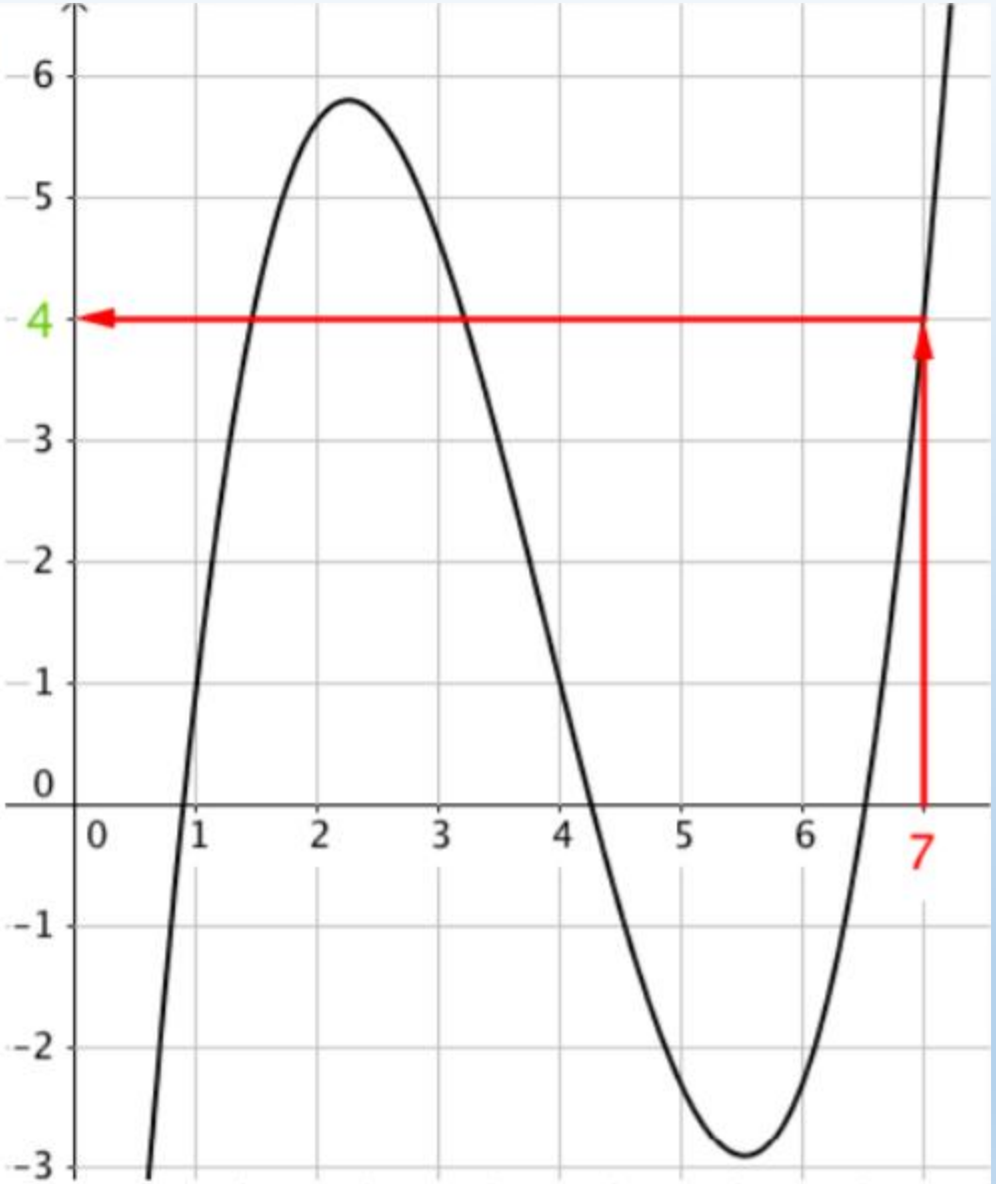
b) Trois antécédents de 1 par la fonction f.



a) Pour déterminer l'image de 7, on « part » de l'abscisse 7, on « rejoint » la courbe et on lit la valeur correspondante sur les ordonnées.

On lit donc que l'image de 7 est 4.

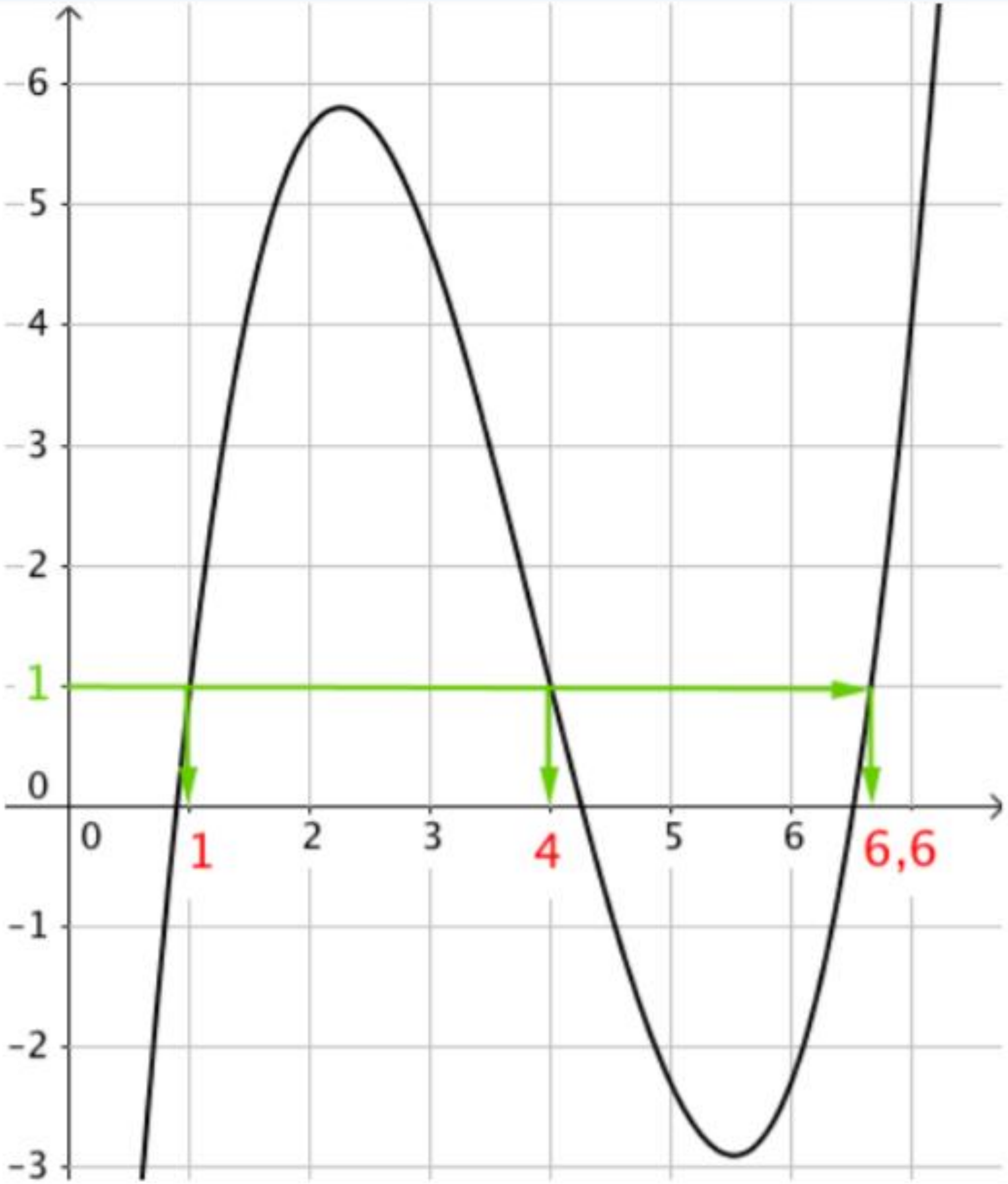
On peut noter : $f(7) = 4$.



b) Pour déterminer des antécédents de 1, on « part » de l'ordonnée 1, on « rejoint » la courbe et on lit les valeurs correspondantes sur les abscisses.

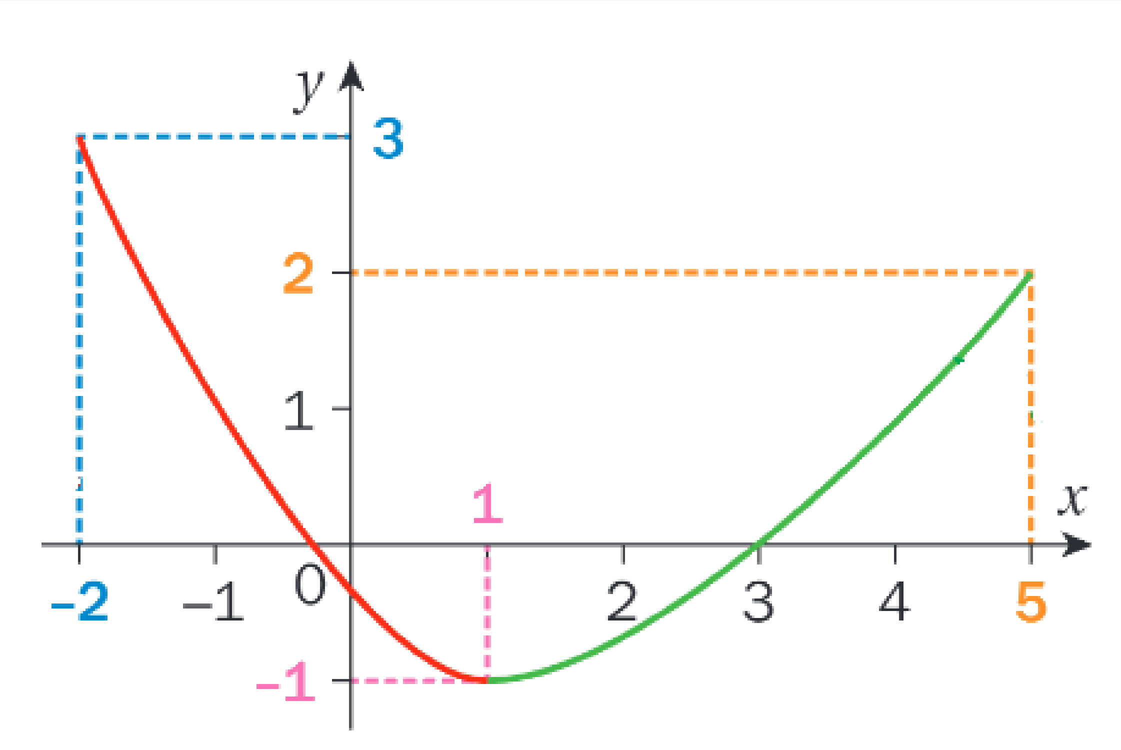
On lit donc que des antécédents de 1 sont 1, 4 et 6,6.

On peut par exemple noter : $f(4) = 1$.



4/ Variations de fonctions

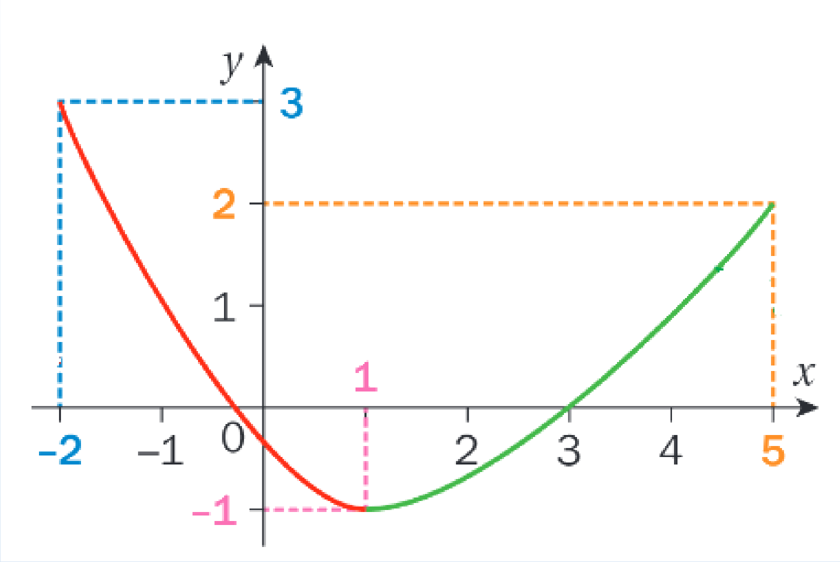
Dans un plan muni d’un repère orthonormé, on considère une fonction f définie sur l’intervalle [-2;5].



Sur l’intervalle [-2;1], les images sont décroissantes, on dit que la fonction f est décroissante sur [-2;1].

Sur l’intervalle [1;5], les images sont croissantes, on dit que la fonction f est croissante sur [1;5].

Les variations de la fonction f peuvent être synthétisées dans un tableau de variation :



<u>Tableau de variations de f</u>

x	-2		1		5
Variations de f	3	↘		↗	2
			-1		

<u>Remarque :</u> on indique dans le tableau les images des valeurs de x notés à la $1^{\text{ère}}$ ligne.