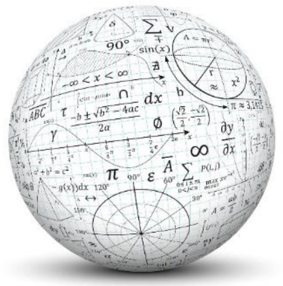
Devoir de Première Spécialité Maths

Fonction exponentielle

(Parti'Prof - J. Tellier)



Exercice 1 (sans calculatrice)

Simplifier les expressions :

A/ $e^{x+7}e^{-4x+6}$ B/ $e^{(x+1)^2}e$ C/ $(e^{x+1})^2\ e$

D/ $2e^{4x}+3e^{2x}-e^{4x}-2e^{2x}$ E/ $\frac{e^{3x-4}}{e^{-3x+4}}$ F/ $\frac{e^{-12}}{e^{-19}}-(e^{\frac{7}{3}})^3$

Exercice 2

Résoudre les inéquations ci-dessous :

1/ $e^{-12x^2-24x-12}<0$ 2/ $2\ e^x-2<0$ 3/ $e^{3x+1}-\ e^4>0$

4/ $e^{4x^2}-\ e^{-3x+7}\geq 0$ 5/ $e^{2x^2-x}-\ e\quad <0$ 6/ $e^{x^2}-\ e^{36}>0$

7/ $e^{x^2}-e^{-3}<0$ 8/ $(e^x-1)(x+4)\geq 0$

9/ $(2e^x+14)(x-3)<0$ 10/ $(3e^x-3)\left(e^{3x^2+x}-e^2\right)\leq 0$

Exercice 3 (sans calculatrice)

Résoudre l'équation : $2+5\ e^x=7\ e^{2x}$.

Faire apparaitre les différentes traces de recherche.

Exercice 4

1/ Montrer que la suite u_n, définie pour tout entier naturel par $u_n = 3\,e^{4n}$ est une suite géométrique.

2/ Donner la forme par récurrence de u_n.

3/ Montrer que la suite v_n, définie par $v_{n+1} = v_n \, x \, e$ et $v_0 = 7$ est une suite géométrique.

4/ Donner la forme explicite de v_n.

5/ Calculer u_1 et v_1. Que peut-on dire de u_n par rapport à v_n à partir du rang 1 (justifier) ?

6/ À l'aide de la calculatrice, déterminer le plus petit entier naturel n tel que $v_n > 56721$.

7/ La suite u_n représente le nombre de molécules d'une certaine espèce au cours d'une réaction chimique. On cherche à savoir quand elle dépasse 1 mol, c'est-à-dire le nombre d'Avogadro, soit 6,02 x 10^{23} molécules.

Compléter le programme ci-dessous (rappels : la notation exp(3) permet de calculer exponentielle de 3, après l'avoir importée avec « from math import exp » et 10^{23} se note 10**23) pour qu'il réponde à la question :

```
import os
from math import exp

print("Nombre de molécules au cours du temps")

u =
n =

while                           :





print("La suite un dépasse 6,02 x 10^23 pour n = " + str(n))

os.system("pause")
```

Exercice 5

Sans calculer de dérivées, étudier les variations des fonctions ci-dessous :

1/ $f(x) = e^{7x+19}$ 2/ $g(x) = e^{-7x}$ 3/ $h(x) = 2e^{-4x+7}$ 4/ $i(x) = -7e^{-3x}$

Exercice 6

Dériver les fonctions ci-dessous, puis étudier leurs variations :

1/ $f(x) = e^x + 7$ 2/ $x\, e^x$ 3/ $(-4x+3)e^x$

4/ $i(x) = \dfrac{e^x - 1}{2\, e^x}$ 5/ $\dfrac{x+1}{e^x}$

Exercice 7

Associer chaque fonction à sa courbe représentative en justifiant :

$$f(x) = 0{,}5\, e^{0{,}3x}\ ;\ g(x) = e^{3x}\ ;\ h(x) = e^{-4x}\ ;\ i(x) = e^{x}$$

Exercice 8

Soit la fonction g, définie sur tous les réels par $g(x) = 1 - x + e^x$.

1/ Déterminer les variations de g.

2/ Déterminer l'extremum local de g, en déduire le signe de g(x).

On définit maintenant la fonction f sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 + \frac{x}{e^x}$

4/ Démontrer que pour tout réel x, on a :

$$f'(x) = e^{-x} g(x)$$

Laisser toutes les traces de recherches apparentes. On pourra se servir de la forme donnée pour f'(x) pour la question suivante.

5/ Déduire de la question 4 les variations de f.

6/ Donner l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ (courbe représentative de f dans un repère orthonormé) au point d'abscisse 0. On note $\mathcal{T}$ la droite représentant cette tangente dans le repère.

7/ Étudier la position relative de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{T}$.