

Devoir de Première Spécialité Maths

Probabilités et variables aléatoires – Durée 1h

(Lycée en ligne Parti'Prof - J. Tellier)



Exercice 1

On s'intéresse ici à plusieurs dés truqués à 6 faces. Dans tous les cas indiqués, X est la variable aléatoire qui donne le chiffre obtenu lors du lancer de dé.

1/ Dé truqué n°1

a/ Compléter la loi de probabilité de ce dé. Justifier sur votre copie.

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,025	0,05	0,1	0,2	0,4

b/ Donner l'espérance et l'écart type de la variable aléatoire X pour le 1^{er} dé.

2/ Dé truqué n°2

Compléter la loi de probabilité de ce dé, sachant que la probabilité de faire un « 6 » est deux fois plus grande que celle de faire un « 5 ». Justifier sur votre copie.

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,1	0,1	0,1	0,1

3/ Dé truqué n°3

Compléter la loi de probabilité de ce dé, sachant que la probabilité de faire un « 6 » est le carré de celle de faire un « 5 ». Arrondir au centième. Justifier sur votre copie.

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,1	0,1	0,1	0,1

Exercice 2

Un casino a décidé d'installer un nouveau jeu pour ses habitués. Une machine affiche un écran tactile avec 200 rectangles identiques, sur lesquels le joueur peut appuyer. Pour cela il mise 2 euros.

Puis une fois qu'un des rectangles est pressé, il affiche le résultat :

- 2 rectangles permettent au joueur de gagner 24€.
- 4 rectangles permettent au joueur de gagner 12€.
- 10 rectangles permettent au joueur de gagner 5€.
- 54 rectangles permettent au joueur de gagner 0,50€.
- pour les autres rectangles, le joueur ne gagne rien.

Soit G la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur.

1/ Quelles sont les valeurs prises par G ?

2/ Etablir la loi de probabilité de G .

3/ Calculer l'espérance de G . Interpréter.

4/ Le directeur du casino trouve que le gain apporté par ce nouveau jeu est faible pour son entreprise. Il a fait installer 4 machines. Sur chacune des machines passent 70 clients par jour.

Le directeur souhaite que les machines lui rapportent 336 € au total sur une journée. Pour cela il modifie le gain de la valeur maximale. À combien doit-il fixer ce gain pour espérer un tel revenu ?

Exercice 3

Les résultats seront arrondis si nécessaires au millième.

Une usine fabrique deux types de jouets, 60% sont des jouets nécessitant des piles, le reste étant des jouets uniquement mécanique (fonctionnant sans électricité).

En sortie de production, on observe que 3% des jouets à piles ont un défaut nécessitant de passer par une étape supplémentaire de production appelé rectification. Et 1% des jouets mécaniques ont un défaut nécessitant de passer par la rectification.

On note les événements :

- I le jouet est un jouet à pile.
- E le jouet doit passer par l'étape de rectification.

1/ Traduire la situation par un arbre pondéré.

2/ On choisit au hasard un jouet en sortie d'usine. Quelle est la probabilité que ce soit un jouet à pile passé par l'étape de rectification ?

3/ On choisit maintenant un jouet parmi les jouets qui ne sont pas passés par l'étape de rectification. Quelle est la probabilité que ce soit un jouet à piles ?

4/ a) Montrer que la probabilité qu'un jouet soit passé par l'étape de rectification est 0,022.

b) Pour l'usine, la vente d'un jouet qui ne passe pas par l'étape de rectification rapporte 12€. En revanche, un jouet passé par l'étape de rectification lui coûte au final 0,50€.

On note X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique de l'entreprise pour la production d'un jouet. Quelles sont les valeurs possibles prises par X ?

c) Établir la loi de probabilité de X.

d) L'usine produit 80 jouets par jour en travaillant 298 jours par an. Quel est le gain moyen que peut espérer l'entreprise pour une année de production ?