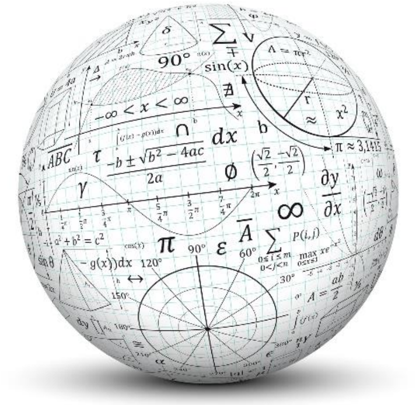
Devoir type bac Terminale Spécialité Maths

Durée 1h30 – Avec calculatrice

(Classe de terminale A - Lycée en ligne Parti'Prof - J. Tellier)



Exercice 1 : étude de fonctions

Soit la fonction f définie sur D_f par $f(x) = (-2x + 1)\, e^{\frac{1}{x}}$. On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1/ Déterminer D_f, l'ensemble de définition de la fonction f.

2/ Donner les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Quatre limites sont attendues. Interpréter graphiquement.

3/ Calculer la dérivée de la fonction f.

4/ Dresser le tableau de variations de la fonction f.

5/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, qu'on note α. Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.

6/ En déduire le signe de f sur D_f.

7/ On a utilisé un programme pour calculer la dérivée de f' :

$$\text{deriver}\left(\frac{\exp\left(\frac{1}{x}\right)\cdot\left(-2\cdot x^2+2\cdot x-1\right)}{x^2};x\right)$$

$$= \qquad \frac{\exp\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(x^2\right)^2}$$

En déduire la convexité de la fonction f.

8/ Donner l'équation de tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

9/ Quel est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2 ?

On définit maintenant la fonction g sur $D_g=D_f$ par $g(x) = 4x\, e^{\frac{1}{x}}$. On note $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

10/ À l'aide de la calculatrice, conjecturer la position relative de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

11/ Confirmer ou infirmer la conjecture précédente.

<u>Exercice 2 : probabilités</u>

Dans cet exercice les probabilités calculées seront arrondies à 10^{-3} près si nécessaire.

Un professeur de mathématiques réalise un devoir bilan avec ses élèves à la fin de chaque trimestre. Ce devoir est constitué de deux exercices. Avec l'expérience, il a pu établir qu'un élève qui a réussi l'exercice 1 a 70% de chance de réussir l'exercice 2 et sinon seulement 50% de chance.

De plus la probabilité de réussir l'exercice 2 est de 65%.

On note E_1 l'évènement « L'élève a réussi l'exercice 1 » et E_2 l'évènement « L'élève a réussi l'exercice 2 ».

1/ Construire un arbre pondéré traduisant la situation, en indiquant les probabilités connues.

2/ Calculer la probabilité de réussir l'exercice 1.

3/ Quelle est la probabilité de ne réussir aucun exercice ?

4/ Marc a réussi l'exercice 2. Quelle est la probabilité qu'il ait réussi l'exercice 1 ?

La classe de ce professeur compte 35 élèves. On admet que la probabilité pour un élève de réussir les deux exercices est de 0,525. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves ayant réussi les deux exercices. On admet que les réponses données par chaque élève sont indépendantes de celles des autres élèves…

1/ Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?

2/ Quelle est la probabilité que moins de 15 élèves réussissent les deux exercices ?

3/ Le professeur donne maintenant ce devoir à un groupe restreint de n élèves. À partir de quelle valeur de n est-il certain à 99,9% qu'au moins un élève aura réussi les deux exercices ?