CRPE 2018 mathématiques groupement 3 corrigé

Corrigé du sujet de maths du CRPE 2018 groupement 3 (non officiel).

Première partie

1/ Le coureur au couloir 1 parcourt 2 x 100 m (deux lignes droites) plus deux demi-cercles de rayon 31,83m c’est-à-dire un cercle complet.

Périmètre du cercle : $2 \pi r = 2 \pi \times 31{,}83 = 200$.

200 + 200 = 400

La distance parcourue par le coureur du couloir 1 est bien d’environ 400 m.

2/ Pour la ligne droite au 1/1200 :

1200 m réel → 1 m dessin

100 m réel → 0,083 m = 8,3 cm dessin

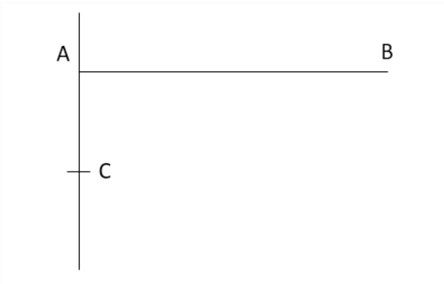
On trace d’abord un segment [AB] de 8,3 cm :

On trace la perpendiculaire à (AB) passant par A (à l’équerre), puis le rayon étant de 31,83 m :

1200 m réel → 1 m dessin

31,83 m → 0,0265 m = 2,65 cm dessin

On place un point C sur la perpendiculaire tracée, à 2,65 cm de A :



On trace alors au compas le demi-cercle de centre C et de rayon [CA]. On répète les mêmes étapes de l’autre côté (puis on trace le deuxième bord de la piste non représenté ci-dessous en ajoutant la largeur du couloir) :

3/ Pour faire 200 m sur la piste il est nécessaire de parcourir un arc de cercle. Or le coureur au couloir 1 parcourt moins de distance que celui du couloir 2, de même que celui du 2 avec le 3 et ainsi de suite. **Pour respecter l'équité et que tout le monde parcourt 200 m les coureurs les plus éloignés de « la corde » doivent partir plus « avancés » dans leur arc de cercle, car le rayon de celui-ci est plus grand.**

4/ a/ On a OP = OA + largeur de 5 couloirs = 31,83 + 5 x 1,22 = 37,93 m

Longueur du demi-cercle s'il était complet pour un coureur du couloir 6 :

(2 x π x 37,93) / 2 = 119,16 m

Il faut donc qu'il y ait un décalage de 119,16 – 100 = 19,16 m.

b/ On a longueur de l'arc de cercle = $\frac{\widehat{AOP}}{360}\ x\ 2\ x\ \pi\ x\ r = 19{,}16$

d'où $\widehat{AOP} = \frac{19{,}16\ x\ 360}{2\ x\ \pi\ x\ 37{,}93} = 28{,}9°$

L'angle α mesure environ 28,9°.

c/ La courbe n'est pas une droite passant par l'origine. **Il n'y a donc pas proportionnalité entre le numéro du couloir et la valeur de α.**

d/ Encadrement de alpha pour le couloir 3 : **$12° \leq \alpha \leq 14°$**

e/ En s'aidant du 4/a on peut conclure que la formule correcte est = PI() x (31,83 + (A2-1)*1,22) – 100 c'est-à-dire **la formule B.**

5/ a/ 200 / 19,19 = 10,42 m/s et 10,42 x 3,6 = 37,5 km/h

Sa vitesse moyenne était de 37,5 km/h.

b/ v = d / t soit t = d / v = 42,195 / 37,5 = 1,1252 h

soit 1h et 0,1252 x 60 = 7,512 minutes puis 0,5 minute = 30 seconde

A la vitesse précédente il faudrait 1h 7 min 30 s pour finir un marathon.

c/ 19,32 – 19,19 = 0,13

(0,13 / 19,32) x 100 = 0,67%

Usain Bolt a battu le record du monde de 0,67%.

Deuxième partie

Exercice 1

1/ OI = IB et M est sur la médiatrice de [OB] d'où OM = MB. De plus OM = OB.

Donc le triangle OMB est équilatéral.

2/ OA = OB et SO = OM ; AMSB est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu, ainsi c'est un parallélogramme. [AB] est un diamètre du cercle, M et S se situent sur le cercle, ainsi les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ASB}$ sont des angles droits.

AMSB est un parallélogramme avec deux angles droits donc c'est un rectangle.

3/ Dans le triangle MAB rectangle en M, d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2 = AM^2 + MB^2$

$AM^2 = AB^2 - MB^2 = 10^2 - 5^2 = 100 – 25$ (on a MB = OM = 5)

AM = $\sqrt{75}$ cm

Aire du rectangle AMBS = longueur x largeur = $\sqrt{75}$ x 5 = 5 $\sqrt{75}$

L'aire du rectangle est de 5 $\sqrt{75}$ cm².

4/ M et N étant les intersections de la médiatrice du segment [OB] avec le cercle, on a MI = IN ; de plus OI = IB. OMNB est un quadrilatère dont les diagonales se coupent perpendiculairement en leur milieu, **donc OMNB est un losange.**

Exercice 2

1/ Diviseurs : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 9 ; 14 ; 18 ; 21 ; 42 ; 63 ; 126. **Affirmation 2 FAUSSE.**

(rappel : on peut décomposer 126 en son produit de facteurs premier : 126 = 2 x 63 = 2 x 7 x 9 = 2 x 7 x 3^2 puis le nombre de diviseurs d'un nombre est égal au produit des puissances de chacun de ses facteurs premiers, augmentée de 1 donc pour 126 on obtient (1 + 1) x (1 + 1) x (2 + 1) = 2 x 2 x 3 = 12 diviseurs)

2/ Prenons un contre-exemple : soit un rectangle de largeur 0,1 et de longueur 10, son périmètre est de 20,2.

soit un carré de côté 2, son périmètre est de 8. Or l'aire de ce rectangle est de 0,1 x 10 = 1 alors que l'aire du carré est de 2 x 2 = 4.

Affirmation 2 FAUSSE.

3/ Augmentation de 5% : multiplication par 1,05.

$1{,}05^{15} = 2{,}08$ donc les prix auront effectivement plus que doublé. **Affirmation 3 VRAIE.**

4/ Dimensions 5 fois plus petites donc volume 5^3 fois plus petit (125 fois). **Affirmation 4 FAUSSE.**

Exercice 3

Il faut **avancer de 40 pixels au lieu de 20 pixels** pour laisser un écart entre les différents carrés.

Il manque également un carré, il faut donc **répéter 8 fois et non pas 7**.

Exercice 4

1/ IJ = IK = KJ donc **le triangle IJK est équilatéral**.

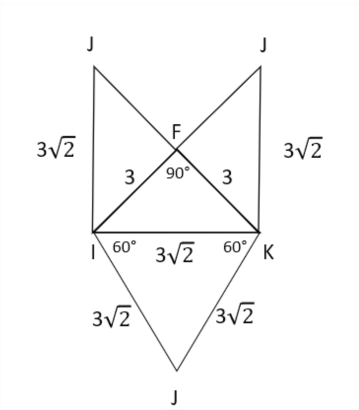
2/ Volume (FIJK) = (1/3) x Aire (IFK) x FJ = (1/3) x [(3 x 3) / 2] x 3 = 4,5 cm^3.

Le volume du tétraèdre FIJK est bien de 4,5 cm^3.

3/ Il faut connaitre IK. Or dans le triangle IFK rectangle en F, on a l'égalité de Pythagore :

$IK^2 = IF^2 + FK^2 = 3^2 + 3^2 = 18$ d'où $IK = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Patron : (pas à l'échelle)



4/ a/ Le cuboctaèdre est un cube auquel on a retiré 8 tétraèdres.

Volume du cube = 6 x 6 x 6 = 216 cm^3 ; Volume de 8 tétraèdres = 8 x 4,5 = 36 cm^3.

Volume du cuboctaèdre = 216 – 36 = 180 cm^3.

Le volume du cuboctaèdre est de 180 cm^3.

b/ Chaque arête fait la même longueur que IK c'est-à-dire $3\sqrt{2}$ cm.

Il y a 24 arêtes dans le cuboctaèdre. On calcule $24 \times 3\sqrt{2} = 72\sqrt{2} \approx 101{,}8$ cm.

La longueur totale des arêtes du cuboctaèdre est d'environ 101,8 cm.