

Cours de mathématiques

CAP groupement 2 (CAP cuisine)

Chapitre 1 : statistiques à une variable

1/ Définitions

Les statistiques à 1 variable concernent l'étude de données portant sur un seul caractère.

Ce caractère peut être :

- quantitatif : il peut être représenté par un nombre (taille, nombre d'enfants).
- qualitatif : il ne peut pas être représenté par un nombre (couleur des yeux, langues parlées).

Une série statistique peut être représentée par une suite de nombre sous forme de liste ou en tableau.

Exemple 1 : voici les temps de sprinteurs à un 100 m en secondes.

9,75 ; 9,83 ; 9,79 ; 10,43 ; 9,91 ; 10,41 ; 10,59

Exemple 2 : on a demandé à un groupe de personnes leurs pointures.

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
Effectif	25	59	111	154	125	142	120	154	165	170	91	65	37

On appelle effectif le nombre de valeurs correspondant au caractère étudié. Dans notre cas il y a donc 25 personnes qui chaussent du 35.

2/ Maximum et minimum

Le **maximum d'une série statistique** correspond à la plus grande des valeurs que peut prendre le caractère.

Le **minimum d'une série statistique** correspond à la plus petite des valeurs que peut prendre le caractère.

En reprenant notre exemple avec les pointures, le minimum est 35 et le maximum est 47.

La notion de maximum ou minimum n'a donc de sens qu'avec les caractères quantitatifs.

3/ Moyenne

La moyenne d'une série statistique correspond à la somme de toutes ses valeurs divisées par le nombre de valeur. On la note généralement \bar{x} .

$$\text{Moyenne} = \bar{x} = \frac{\text{Somme de toutes les valeurs}}{\text{Nombre de valeurs}}$$

Le calcul de la moyenne va être légèrement différent selon qu'on a une liste de nombres ou un tableau.

Exemple 1 : reprenons les temps des sprinteurs (en secondes).

9,75 ; 9,83 ; 9,79 ; 10,43 ; 9,91 ; 10,41 ; 10,59

$$\bar{x} = \frac{9,75 + 9,83 + 9,79 + 10,43 + 9,91 + 10,41 + 10,59}{7} = 10,10 \text{ s}$$

Le temps moyen est de 10,10 secondes.

Exemple 2 : reprenons le tableau des pointures.

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
Effectif	25	59	111	154	125	142	120	154	165	170	91	65	37

On va également calculer la moyenne mais il faut penser que 25 personnes ont la pointure 35 ; 59 ont la personne 36 ; ... on aura donc au numérateur $25 \times 35 + 59 \times 36 + \dots$ et au dénominateur on doit avoir le nombre total de valeurs c'est-à-dire : $25 + 59 + \dots$

On calcule donc :

$$\bar{x} = \frac{25 \times 35 + 59 \times 36 + 111 \times 37 + 154 \times 38 + 125 \times 39 + 142 \times 40 + 120 \times 41 + 154 \times 42 + 165 \times 43 + 170 \times 44 + 91 \times 45 + 65 \times 46 + 37 \times 47}{25 + 59 + 111 + 154 + 125 + 142 + 120 + 154 + 165 + 170 + 91 + 65 + 37}$$

$$\bar{x} = 41,1$$

La pointure moyenne est 41,1.

Exemple avec des classes

On relève la taille de 20 adolescents en cm : 142 ; 144 ; 147 ; 148 ; 152 ; 155 ; 157 ; 159 ; 159 ; 160 ; 160 ; 161 ; 163 ; 165 ; 166 ; 168 ; 170 ; 171 ; 174 ; 179

On constate que les données présentées sous forme de liste ne sont pas très lisibles, on va donc les regrouper dans **des intervalles appelés « classes »** :

Taille (cm)	[140 ; 150[[150 ; 160[[160 ; 170[[170 ; 180[
Effectif	4	5	7	4

[140 ; 150[signifie toutes les tailles comprises entre 140 et 150 (sauf exactement 150)

[150 ; 160[signifie toutes les tailles comprises entre 150 et 160 (sauf exactement 160)

....

Dans ce cas pour calculer la moyenne on utilise le centre des classes, c'est-à-dire le milieu de l'intervalle.

On fait donc une approximation.

Taille (cm)	[140 ; 150[[150 ; 160[[160 ; 170[[170 ; 180[
Centre de classe	145	155	165	175
Effectif	4	5	7	4

$$\bar{x} = \frac{4 \times 145 + 5 \times 155 + 7 \times 165 + 4 \times 175}{4 + 5 + 7 + 4} = 160,5$$

La moyenne est de 160,5 cm.

4/ Fréquence

La fréquence d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur sur l'effectif total.

Exemple : on a interrogé un groupe de 200 cuisiniers sur le nombre de restaurant dans lequel ils avaient travaillé avant celui où ils travaillent actuellement.

Nombre de restaurants	0	1	2	3	4
Effectif	14	36	62	38	50

La fréquence de « 0 restaurant » est de $\frac{14}{200} = 0,07$.

Nombre de restaurants	0	1	2	3	4
Effectif	14	36	62	38	50
Fréquence	$\frac{14}{200} = 0,07$	$\frac{36}{200} = 0,18$	$\frac{62}{200} = 0,31$	$\frac{38}{200} = 0,19$	$\frac{50}{200} = 0,25$

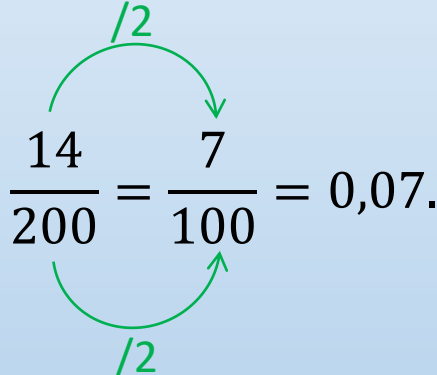
La somme de toutes les fréquences doit être égale à 1 ($0,07 + 0,18 + 0,31 + 0,19 + 0,25 = 1$).

Calculer mentalement une fréquence

Dans certains cas, la fréquence peut être trouvée mentalement.

Il faut essayer de se ramener à une division par 100.

Exemple en reprenant la fréquence précédente :

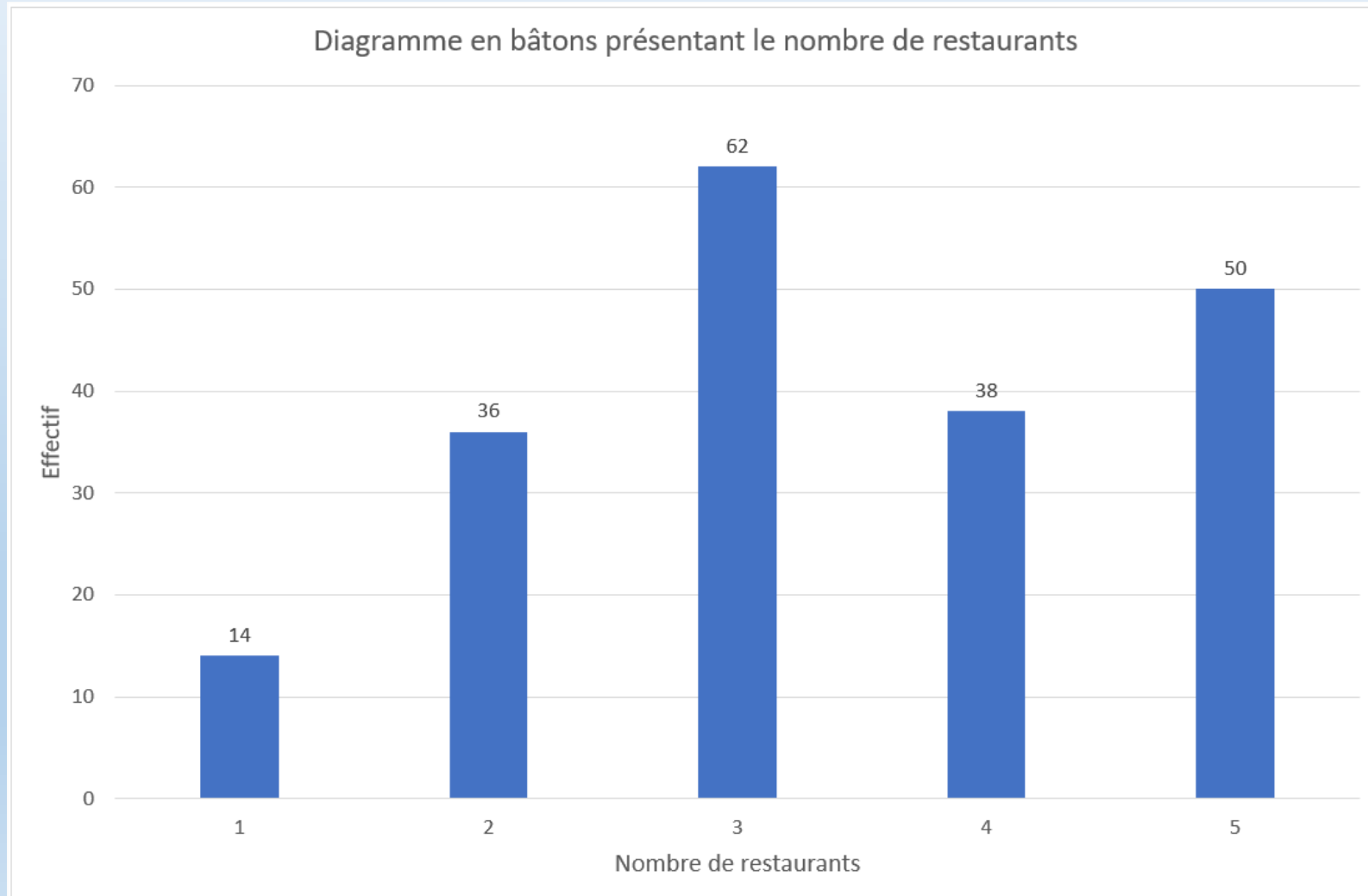
$$\frac{14}{200} = \frac{7}{100} = 0,07.$$


On divise ou on multiplie d'abord mentalement la fraction pour avoir un nombre sur 100, puis on utilise la méthode de division par 100 (on « décale » la virgule de deux rangs vers la gauche).

5/ Représentation graphique d'une série statistique

A/ Diagramme en bâtons

Dans un diagramme en bâtons chaque classe est représentée par un bâton dont la taille est proportionnel à l'effectif de cette classe.

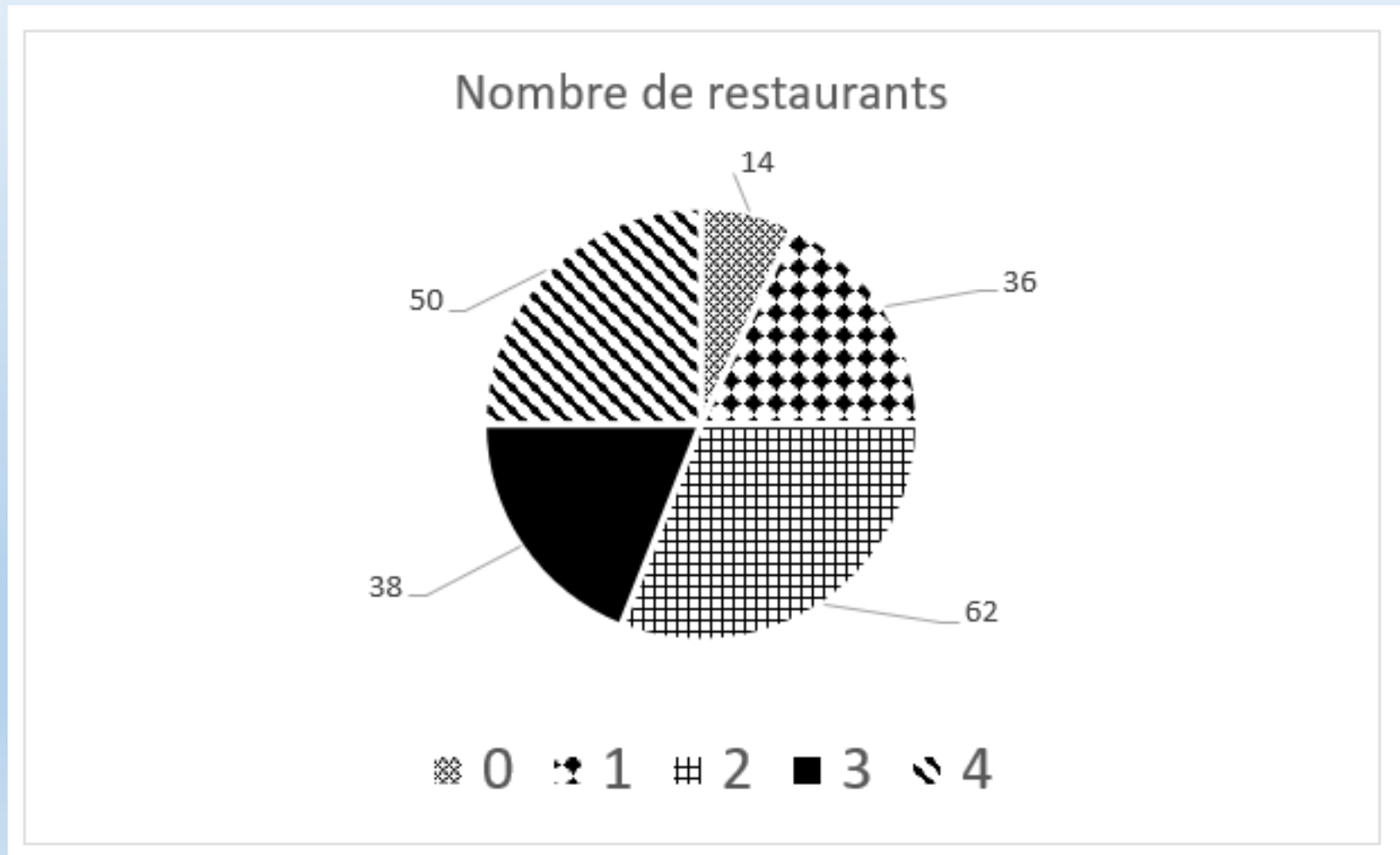


Si on ne fait plus uniquement des traits mais des rectangles, on parle d'histogramme :



B/ Diagramme en secteur circulaires (« camembert »)

Dans un diagramme en secteur circulaire chaque classe est représentée par une partie de l'aire d'un disque proportionnelle à l'effectif de cette classe. L'angle correspondant à la classe est donc aussi proportionnel à l'effectif de la classe.



C/ Représentation de diagrammes

Pour le diagramme en bâtons il faut simplement veiller à choisir une échelle adaptée pour l'axe vertical afin que toutes les classes puissent être inscrites. Il faut donc repérer le plus grand effectif pour être sûr que notre échelle permettra de le faire rentrer dans le diagramme.

Pour les diagrammes circulaires il est nécessaire de connaître l'angle que doit faire chaque classe. Pour cela on calcule d'abord les fréquences, puis on fait un produit en croix pour savoir quel angle utiliser.

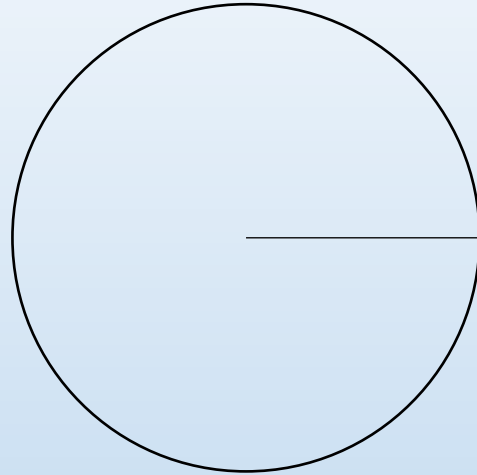
Exemple : la fréquence des cuisiniers qui avaient travaillé dans 2 restaurants avant le leur est de 0,31. On sait qu'un tour complet (donc tout le cercle) correspond à 360° . On fait :

Fréquence	Angle (en °)
1	360
0,31	$\frac{0,31 \times 360}{1} = 111,6^\circ$

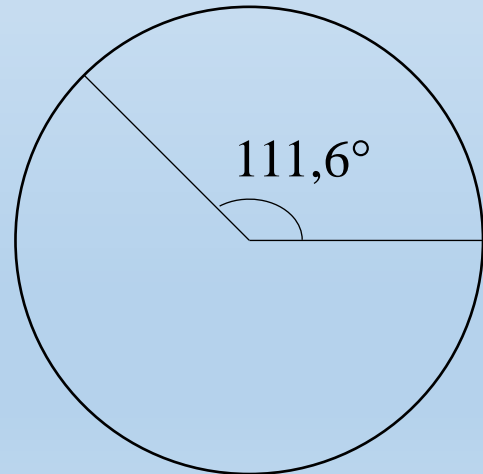
L'angle correspondant à « 2 restaurants » sera de $111,6^\circ$.

Globalement pour trouver l'angle on fait donc **angle = fréquence x 360**.

On trace ensuite un cercle avec un rayon :



Puis l'angle correspondant à ce qu'on a trouvé :



Puis ainsi de suite avec les différentes fréquences.