Corrigé du sujet de maths du CRPE 2026 bac +5

Groupement 3

Ce corrigé est proposé à titre indicatif et n'a pas de valeur officielle.

Corrigé de l'exercice 1

1.

On cherche les pays pour lesquels le nombre de médailles d'or représente strictement plus de la moitié du nombre total de médailles.

Pour chaque pays, on compare le nombre de médailles d'or avec la moitié du total.

— France : $\frac{4}{7} > \frac{1}{2}$

— Italie : $\frac{2}{5} < \frac{1}{2}$

— Hongrie : $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

— Suède : $\frac{2}{2} > \frac{1}{2}$

— Afrique du Sud : $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Les autres pays ne conviennent pas.

Ainsi, les autres pays concernés sont la Hongrie et la Suède.

2.

Dans la cellule G2, il faut calculer le quotient :

$$\frac{\text{nombre de médailles d'or}}{\text{nombre total de médailles}}$$

La formule à saisir est donc :

```
=C2/F2
```

Il suffit ensuite de recopier cette formule vers le bas jusqu'à la cellule G20 et de formater les cellules en pourcentage.

3.

Les États-Unis ont remporté 28 médailles sur un total de 105 médailles.

La proportion cherchée est donc :

$$\frac{28}{105} \times 100$$

$$\frac{28}{105} \times 100 \approx 26{,}666\ldots$$

Arrondi au dixième :

$$26{,}7\%$$

Les États-Unis ont donc remporté environ 26,7% des médailles.

4.
L'Australie a remporté :

$$7 + 8 + 3 = 18$$

médailles au total.
Parmi celles-ci, 8 sont des médailles d'argent.
La probabilité cherchée est donc :

$$\frac{8}{18}$$

En simplifiant par 2 :

$$\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

La probabilité qu'un sportif interviewé ait remporté une médaille d'argent est donc $\frac{4}{9}$.

5.
Les nageurs américains ont remporté 8 médailles d'or.
Le nombre total de médailles d'or est :

$$35$$

Le quart de 35 vaut :

$$\frac{35}{4} = 8{,}75$$

Or :

$$8 < 8{,}75$$

Les nageurs américains n'ont donc pas remporté plus d'un quart des médailles d'or.
L'affirmation du journaliste est fausse.

Corrigé de l'exercice 2

Partie A

1.
On connaît les longueurs :

$$CG = 15 \text{ km}, \quad GR = 20 \text{ km}, \quad CR = 25 \text{ km}$$

Calculons :

$$CG^2 + GR^2 = 15^2 + 20^2$$

$$15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

et :

$$CR^2 = 25^2 = 625$$

Ainsi :

$$CG^2 + GR^2 = CR^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RGC est rectangle en G.

2.
Les triangles CB_1B_2 et CGR sont semblables car :
— ils sont rectangles respectivement en B_1 et en G ;
— les points G, C, B_1 sont alignés ;
— les points R, C, B_2 sont alignés.
Le rapport d'agrandissement vaut :

$$\frac{B_1B_2}{GR} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Donc :

$$CB_1 = \frac{3}{5} \times CG = \frac{3}{5} \times 15 = 9$$

et :

$$CB_2 = \frac{3}{5} \times CR = \frac{3}{5} \times 25 = 15$$

La longueur totale du parcours est :

$$GC + CB_1 + B_1B_2 + B_2C + CR + RG$$

$$15 + 9 + 12 + 15 + 25 + 20 = 96$$

La longueur du parcours est donc égale à 96 km.

3.
À l'échelle $\dfrac{1}{150\,000}$, une longueur sur le plan vaut :

$$\frac{\text{longueur réelle}}{150\,000}$$

Or :

$$RG = 20 \text{ km} = 2\,000\,000 \text{ cm}$$

Ainsi :

$$\frac{2\,000\,000}{150\,000} \approx 13{,}333$$

On obtient donc :

$$13{,}3 \text{ cm}$$

arrondi au millimètre.

Partie B

1.
Le bateau A parcourt 96 km entre 8h30 et 14h54.
La durée du trajet est :

$$6 \text{ h } 24 \text{ min}$$

soit :

$$6 + \frac{24}{60} = 6{,}4 \text{ h}$$

La vitesse moyenne vaut donc :

$$\frac{96}{6{,}4} = 15$$

La vitesse moyenne du bateau A est donc de 15 km/h.

2.
Le bateau A a une vitesse moyenne de 15 km/h.
Le bateau C a une vitesse moyenne de 14,5 km/h.
Le bateau B a une vitesse moyenne de :

$$3{,}9 \text{ m/s}$$

Convertissons en km/h :

$$3{,}9 \times 3{,}6 = 14{,}04$$

On compare :

$$15 > 14{,}5 > 14{,}04$$

Le classement final est donc :

1. bateau A ;
2. bateau C ;
3. bateau B.

3.
Le bateau B navigue à :

$$3{,}9 \text{ m/s}$$

Le parcours mesure :

$$96 \text{ km} = 96\,000 \text{ m}$$

La durée du trajet vaut :

$$\frac{96\,000}{3{,}9} \approx 24\,615 \text{ s}$$

Convertissons en heures :

$$\frac{24\,615}{3600} \approx 6{,}84 \text{ h}$$

Cela correspond à environ :

$$6 \text{ h } 50 \text{ min}$$

Le bateau étant parti à 8h30, il arrive vers :

$$15 \text{ h } 20$$

Partie C

On cherche au bout de combien de temps les deux signaux seront de nouveau simultanés.
Il faut calculer le plus petit multiple commun de 12 et 18.
Décompositions :

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

Le PPCM vaut :

$$2^2 \times 3^2 = 36$$

Les deux signaux lumineux seront donc de nouveau émis simultanément après 36 secondes.

Corrigé de l'exercice 3

1.
L'affirmation est fausse.
Pour que M soit le milieu de $[AB]$, il faut :
— que M appartienne au segment $[AB]$;
— et que $AM = MB$.
L'égalité $AM = MB$ seule ne suffit pas.

2.
L'affirmation est fausse.
Notons :
— A : « la carte est un valet » ;
— B : « la carte est un cœur ».
Il y a :

$$4$$

valets et :

$$8$$

cartes de cœur.
Le valet de cœur est compté deux fois, il faut donc le retirer une fois.
Le nombre de cas favorables est :

$$4 + 8 - 1 = 11$$

La probabilité vaut donc :

$$\frac{11}{32}$$

Or :

$$\frac{11}{32} \neq \frac{3}{8}$$

L'affirmation est donc fausse.

3.
Les fonctions sont :

$$f(x) = -2x + 3$$

et

$$g(x) = 7x$$

Le point d'intersection vérifie :

$$-2x + 3 = 7x$$

Donc :

$$3 = 9x$$

$$x = \frac{1}{3}$$

L'ordonnée vaut alors :

$$g\left(\frac{1}{3}\right) = 7 \times \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

L'affirmation est vraie.

4.
L'affirmation est vraie.
Soit un entier impair :

$$2n + 1$$

où n est un entier.
Son carré vaut :

$$(2n + 1)^2$$

Développons :

$$(2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1$$

$$(2n + 1)^2 = 2(2n^2 + 2n) + 1$$

Cette expression est de la forme :

$$2k + 1$$

avec k entier.
Le carré d'un entier impair est donc impair.

5.
Le programme effectue les opérations suivantes :

$$\text{résultat} = \frac{8x + 10}{2}$$

On obtient 8, donc :

$$\frac{8x + 10}{2} = 8$$

Ainsi :

$$8x + 10 = 16$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Or 0,75 est un nombre décimal.
L'affirmation est donc vraie.

Corrigé de l'exercice 4

Partie A

1.
Le diamètre d'une roue est de 26 pouces.
Or :

$$1 \text{ pouce} = 2{,}54 \text{ cm}$$

Donc :

$$26 \times 2{,}54 = 66{,}04$$

Le diamètre exact d'une roue est donc de 66,04 cm.

2.
La circonférence d'une roue vaut :

$$\pi \times 66{,}04$$

soit environ :

$$207{,}47 \text{ cm}$$

À chaque tour de roue, le vélo parcourt donc environ :

$$207{,}47 \text{ cm}$$

Pour 6 124 tours :

$$6124 \times 207{,}47 \approx 1\,270\,552 \text{ cm}$$

Convertissons en kilomètres :

$$1\,270\,552 \text{ cm} = 12{,}70552 \text{ km}$$

Arrondi au dixième :

$$12{,}7 \text{ km}$$

Partie B

1.
Calculons la distance totale parcourue :

$$9 \times 126 + 11 \times 120 + 12 \times 140 + 15 \times 34$$

$$= 1134 + 1320 + 1680 + 510$$

$$= 4644 \text{ km}$$

Chaque kilomètre rapporte 1,25 €.
La somme totale vaut donc :

$$4644 \times 1{,}25 = 5805$$

L'école remportera donc 5 805 €.

2.
Le nombre d'élèves ayant parcouru au moins 12 km est :

$$140 + 34 = 174$$

Le nombre total d'élèves est :

$$126 + 120 + 140 + 34 = 420$$

La proportion vaut :

$$\frac{174}{420} \approx 0{,}414$$

Or :

$$\frac{2}{5} = 0{,}4$$

On a :

$$0{,}414 > 0{,}4$$

L'affirmation est donc fausse.

3.
La distance moyenne vaut :

$$\frac{4644}{420} \approx 11{,}057$$

Arrondie au centième :

$$11{,}06 \text{ km}$$

4.
Il y a 420 élèves.
La médiane se situe entre les 210^{e} et 211^{e} valeurs.
Effectifs cumulés :
— jusqu'à 9 km : 126 ;
— jusqu'à 11 km : 246.
Les 210^{e} et 211^{e} valeurs appartiennent donc à la catégorie 11 km.
La médiane est donc de 11 km.

Partie C

1.
Les trois panneaux en bois sont :
— deux panneaux latéraux de dimensions $1{,}4 \times 1{,}2$;
— un panneau arrière de dimensions $5 \times 1{,}2$.

Aire des deux panneaux latéraux :

$$2 \times 1{,}4 \times 1{,}2 = 3{,}36$$

Aire du panneau arrière :

$$5 \times 1{,}2 = 6$$

Aire totale :

$$3{,}36 + 6 = 9{,}36$$

L'aire de bois à acheter est donc de 9,36 m^2.

2.
La section de la partie supérieure est composée :
— d'un rectangle ;
— d'un quart de disque de rayon 0,6 m.
Aire du rectangle :

$$0{,}8 \times 0{,}6 = 0{,}48$$

Aire du quart de disque :

$$\frac{1}{4}\pi \times 0{,}6^2$$

$$= \frac{1}{4}\pi \times 0{,}36$$

$$= 0{,}09\pi$$

Aire totale de la section :

$$0{,}48 + 0{,}09\pi$$

Le volume de la partie supérieure vaut donc :

$$5(0{,}48 + 0{,}09\pi)$$

$$= 2{,}4 + 0{,}45\pi$$

Le volume de la partie inférieure rectangulaire vaut :

$$1{,}4 \times 1{,}2 \times 5 = 8{,}4$$

Le volume total vaut donc :

$$8{,}4 + 2{,}4 + 0{,}45\pi$$

$$= 10{,}8 + 0{,}45\pi$$

Comme :

$$0{,}45\pi \approx 1{,}41$$

on obtient :

$$10{,}8 + 1{,}41 \approx 12{,}21$$

Arrondi à l'unité :

$$12 \text{ m}^3$$

Le volume intérieur de l'abri est donc bien égal à 12 m^3.